PETIT-o ET GRAND-O

Déf. plus communes:

$$f(x) = o(g(x)) \quad \text{si} \quad \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$$

VERBALEMENT:
"c.-à-d., pour $x \to a$
$f(x) \to 0$ plus vite
que $g(x)$"

$$f(x) = O(g(x)) \quad \text{si} \quad \lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = M, \quad M \in \mathbb{R}$$

"le rapport de f sur g
est (défini) **BORNÉ**."

Remarque: si $f = o(g)$, alors on a aussi $f = O(g)$.

Ex: Pour la série de Taylor, e.g.

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \underbrace{o(x^2)} \quad \text{ou} \quad e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \underbrace{O(x^3)}$$

"i.e., termes qui, pour $x \to 0$
tendent vers 0 plus
vite que x^2"

"i.e. termes qui,
pour $x \to a$,
restent BORNÉS
par $C\,x^3$"

Ex. 2:

"Une fonction $o(x^2)$, pour $x \to 0$, est "plus petite de x^2";
dans le sens que si on la divise par x^2, la limite est 0.
Donc, p. ex., $x^{5/2}$, x^3 e x^4 sont toutes $o(x^2)$, mais
la première n'est pas $O(x^3)$, la 2e et 3e le sont".